تعریف: دو طرح اجرای S_1 و S_2 معادل تعارضی هستند اگر ترتیب دستورات متعارض در دو طرح یکسان باشد، در آن صورت گوییم آن دو طرح معادل تعارضی هستند.

مثال: طرح S_1 تراکنش T_1 و تراکنش T_2

طرح S_2 تراکنش T_1 و تراکنش T_2

طرح S_1:

T_1	T_2
$R(D_1)$	
$D_1 := D_1 + K$	
$W(D_1)$	
	$R(D_1)$
	$D_1 := D_1 + M$
	$W(D_1)$
$R(D_2)$	
$D_2 := D_2 + S$	
$W(D_2)$	
	$R(D_2)$
	$D_2 := D_2 + N$
	$W(D_2)$

طرح S_2:

T_1	T_2
$R(D_1)$	
$D_1 := D_1 + K$	
$W(D_1)$	
$R(D_2)$	
$D_2 := D_2 + S'$	
$W(D_2)$	
	$R(D_1)$
	$D_1 := D_1 + M$
	$W(D_1)$
	$R(D_2)$
	$D_2 := D_2 + N$
	$W(D_2)$

معادل نمایی:

تعریف: دو طرح S_1 و S_2 معادل نمایی هستند اگر ۴ شرط زیر برقرار باشد.

① تعداد دستورات هر دو طرح یکسان باشد.

② اگر تراکنش T_i در طرح S_1 اولین تراکنشی است که داده D_K را خوانده، همین اتفاق در طرح S_2 هم رخ دهد.

③ اگر در طرح S_1 تراکنش T_i داده D_K را که توسط تراکنش T_j نوشته شده میخواند، همین اتفاق در طرح S_2 رخ دهد.

④ اگر تراکنش T_i آخرین تراکنشی باشد که در طرح S_1 داده D_K را نوشته، همین اتفاق در طرح S_2 رخ دهد.

شرط ② { T_1 اولین تراکنشی است که D_1 را خوانده در طرح S_1 ، در طرح S_2 نیز همین طور است.
T_1 اولین ~ ~ D_2 ~ ~ ~ .

شرط ① { شرط اول برای هر دو طرح برقرار است چون تعداد دستوراتشان یکی است.

S_1:

T_1	T_2
$R(D_1)$	
$D_1 := D_1 + K$	
$W(D_1)$	
	$R(D_1)$
	$D_1 := D_1 + M$
	$W(D_1)$
$R(D_2)$	
$D_2 := D_2 + 3$	
$W(D_2)$	
	$R(D_2)$
	$D_2 := D_2 + N$
	$W(D_2)$

S_2:

T_1	T_2
$R(D_1)$	
$D_1 := D_1 + K$	
$W(D_1)$	
$R(D_2)$	
$D_2 := D_2 + 3$	
$W(D_2)$	
	$R(D_1)$
	$D_1 := D_1 + M$
	$W(D_1)$
	$R(D_2)$
	$D_2 := D_2 + N$
	$W(D_2)$

③ شرط سوم هم برقرار است => $R(D_1)$ توسط تراکنش T_2 خوانده شده اما $W(D_1)$ توسط تراکنش T_1 صورت پذیرفته و $R(D_2)$ توسط تراکنش T_2 «خوانده شده» => تراکنش T_1 $W(D_2)$ شده

④ شرط چهارم هم برقرار است «آخرین تراکنشی که داده D_1 را نوشته T_2 هست $W(D_1)$
~ ~ ~ D_2 ~ ~ $W(D_2)$

پس این دو طرح معادل نمایی هستند.

نکته: دو طرح S_1 و S_2 در مثال ما هم معادل تعارضی هستند و هم معادل نمایی

قضیه: هر دو طرحی که معادل نمایی باشند معادل تعارضی هم هستند

از این به بعد معادل تعارضی را می‌خوانیم.

تعریف ۱: طرح S را توالی پذیر نتیجه‌ای گوییم اگر معادل نتیجه‌ای باشد با طرح متوالی S'

تعریف ۲: طرح S را توالی پذیر تعارضی گوییم اگر معادل تعارضی باشد با طرح متوالی S'

تعریف ۳: طرح S را توالی پذیر نمایی گوییم اگر معادل نمایی باشد با طرح متوالی S'

S_1:

T_1	T_2
$R(D_1)$	
$D_1 := D_1 + K$	
$W(D_1)$	
	$R(D_1)$
	$D_1 := D_1 + M$
	$W(D_1)$
$R(D_2)$	
$D_2 := D_2 + S$	
$W(D_2)$	
	$R(D_2)$
	$D_2 := D_2 + N$
	$W(D_2)$

S_2:

T_1	T_2
$R(D_1)$	
$D_1 := D_1 + K$	
$W(D_1)$	
$R(D_2)$	
$D_2 := D_2 + S$	
$W(D_2)$	
	$R(D_1)$
	$D_1 := D_1 + M$
	$R(D_2)$
	$D_2 := D_2 + N$
	$W(D_2)$

طرح S_2 متوالی است چون اول T_1 انجام شده بعد T_2

طرح S_1 معادل تعارضی S_2 است که S_2 متوالی است پس می‌گیم S_1 توالی پذیر تعارضی است

الگوریتم بررسی توالی پذیری یک طرح اجرا:

گراف پیشایندی را رسم می‌کنیم، اگر در این گراف دور نبود، طرح اجرای داده شده توالی پذیر است.

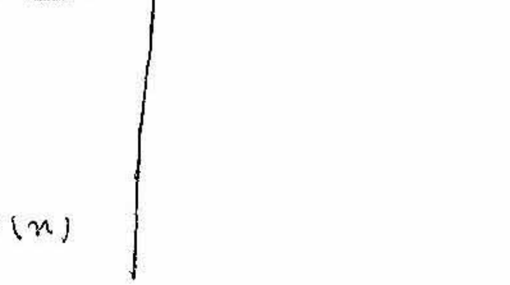
گراف پیشایندی = گراف جهت داری است که تراکنشها رئوس گراف هستند و یال جهت دار $T_i \to T_j$ وجود دارد اگر در تراکنش T_j دستور متعارضی با یکی از دستورات T_i و قبل از آن وجود دارد.

S

T_1	T_2	T_3
	R(Z)	
	R(Y)	
	W(Y)	
		R(Y)
		R(Z)
R(X)		
W(X)		
		W(Y)
		W(Z)
	R(X)	
R(Y)		
W(Y)		
	W(X)	

حالا می خواهیم بررسی کنیم که آیا این طرح توالی پذیر هست یا نه؟ باید گراف پیشایندی اش را رسم کنیم.

① ابتدا تمام تراکنشها را به عنوان رئوس گراف نصب می کنیم.
T_1 T_2 T_3



② حال باید دستورات متعارض را پیدا کنیم.

$\frac{T_2}{W(Y)}$ $\frac{T_3}{R(Y)}$

پس $T_2 \xrightarrow{Y} T_3$

③ دستور بعدی از $T_1 \leftarrow T_3$ روی Y

در اینجا دو دستور هست روی یک داده در دو تراکنش مختلف، که دستور متعارض دیگری بین آنها نیست

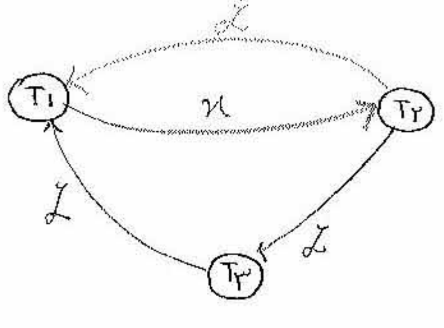
$\frac{T_4}{W(z)}$ $\frac{T_1}{R(z)}$

④ $T_2 \rightarrow T_1$ باز هم روی داده z

دو دستور که روی z داده کار می‌کنند، در دو تراکنش مختلف و هیچ دستور متعارضی هم بین اینها نیست چون در اینجا $R(x)$ $W(x)$ روی داده‌های x، داده‌ی دیگری هستند و با $R(z)$ $W(z)$ متعارض نیستند.

⇐ هنوز دور نشده، چون فلشها یک طرفه نیستند.

اول W رو در نظر می‌گیریم بعد R



حالا باید روی داده‌های دیگر به جز z هم باید بررسی کنیم

روی داده x :

① ⇐ دستور $\frac{T_1}{W(x)}$ $\frac{T_2}{R(x)}$ باهم در تعارضند از $T_1 \rightarrow T_2$

دیگه دستور متعارض نداریم برای داده z هم دستوری وجود نداره.

حال گراف پیشایندی را بدست آوردیم که در این گراف دور نداریم پس این طرح اجرا توالی پذیر است.

دور را باید برای هر داده بررسی کنیم.

جلسه بعدی ← روشهای کنترل همروندی